5. Не резонансна ли Солнечная система?

Трудности со сходимостью рядов, описывающих возмущенное движение в небесной механике, возникли в значительной степени потому, что среди частот есть приближенно соизмеримые. Так, например, если среднее движение (частоту) $\omega_{\text{Юп}}$ обращения Юпитера вокруг Солнца принять за 1, то среднее движение (частота) $\omega_{\text{Сат}}$ обращения Сатурна будет равно 0,4027, откуда

$$2\omega_{\text{Юп}} - 5\omega_{\text{Сат}} = -0{,}0135. \qquad (4.5.1)$$

Видна приближенная соизмеримость (резонанс $\omega_{\text{Юп}}/\omega_{\text{Сат}} = 5/2$) движений Юпитера и Сатурна.

Удивительную гипотезу выдвинул А. М. Молчанов. В процессе эволюции, справедливо считает он, надо учитывать малые диссипативные (то есть рассеивающие энергию) силы. В Солнечной системе это могут быть приливные силы, тормозящие силы от межпланетной пылевой материи и другие, может быть даже неизвестные нам еще, диссипативные силы.

Мы знаем, что возмущения за счет взаимодействия планет очень малы. Диссипативные силы на порядки меньше даже этих малых возмущений. Но, действуя миллиарды лет, диссипативные силы систематически меняют орбиты и приводят движение планет к каким-то стационарным орбитам — практически неизменным в последующие миллиарды лет.

Пока мы не сказали ничего оригинального. «Все это давно известно». Оригинальное же состоит в том, что, по гипотезе Молчанова, *эти стационарные орбиты должны быть резонансны*! «Эволюционно зрелые колебательные системы неизбежно резонансны, а их строение задается набором целых чисел»,— пишет А. М. Молчанов. В частности, А. М. Молчанов выдвинул гипотезу *полной резонансности Солнечной системы*: частоты (средние движения) обращения планет ненамного отличаются от таких частот, для которых А. М. Молчанов нашел *полную систему резонансов* — девять резонансных соотношений для девяти известных больших планет. Более того, аналогичные резонансы он обнаружил для некоторых из спутников планет. Соответствующие таблицы опубликованы им в «Икарусе» — международном журнале проблем Солнечной системы [4.10]. Оттуда мы и заимствуем нижеследующие таблицы.

В.В. Белецкий. Очерки о движении космических тел.
М.: Наука, 1972.

ТАБЛИЦА 4.1

Резонансные соотношения в Солнечной системе

	Планета	$\omega_i^{н}$	$\omega_i^{т}$	$\Delta\omega/\omega$	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8	n_9
1	Меркурий . . .	49,22	49,20	0,0004	1	−1	−2	−1	0	0	0	0	0
2	Венера	19,29	19,26	0,0015	0	1	0	−3	0	−1	0	0	0
3	Земля	11,862	11,828	0,0031	0	0	1	−2	1	−1	1	0	0
4	Марс	6,306	6,287	0,0031	0	0	0	1	−6	0	−2	0	0
5	Юпитер	1,000	1,000	0,0000	0	0	0	0	2	−5	0	0	0
6	Сатурн	0,4027	0,400	0,0068	0	0	0	0	1	0	−7	0	0
7	Уран	0,14119	0,14286	−0,0118	0	0	0	0	0	0	1	−2	0
8	Нептун	0,07197	0,07143	0,0075	0	0	0	0	0	0	1	0	−3
9	Плутон	0,04750	0,04762	−0,0025	0	0	0	0	0	1	0	−5	1

Таблица 4.1 содержит целые числа n_i — положительные, отрицательные и нули — такие, что

$$\sum_{i=1}^{i=9} n_i \omega_i = 0,$$

где ω_i — частоты (средние движения) обращения больших планет Солнечной системы. При этом в качестве ω_i берутся некоторые «теоретические» значения $\omega_i^{\text{т}}$ частот, в точности удовлетворяющие резонансным соотношениям

$$\sum_i n_i \omega_i = 0;$$

но рядом приводятся фактически наблюдаемые значения $\omega_i^{\text{н}}$ частот соответствующих планет и показаны отношения

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\omega_i^{\text{н}} - \omega_i^{\text{т}}}{\omega_i^{\text{н}}},$$

описывающие отклонения фактических частот от резонансных. Эти отклонения малы!

Аналогичные таблицы приводятся и для систем спутников Юпитера, Сатурна, Урана (таблица 4.2).

Эти таблицы производят достаточно убедительное впечатление. Отклонение истинных частот от резонансных не превосходит в худшем случае 1,5%. В резонансах друг

ТАБЛИЦА 4.2

Резонансные соотношения в системах спутников планет

Спутники Юпитера

	Спутник	$\omega_i^{\text{н}}$	$\omega_i^{\text{т}}$	$\Delta\omega/\omega$	n_1	n_2	n_3	n_4
1	Ио	4,044	4,000	0,0110	1	−2	0	0
2	Европа . . .	2,015	2,000	0,0075	0	1	−2	0
3	Ганимед . .	1,000	1,000	0,0000	0	0	−3	7
4	Каллисто . .	0,4288	0,4285	0,0008	0	0	−1	2

Спутники Сатурна

	Спутник	$\omega_i^{н}$	$\omega_i^{т}$	$\Delta\omega/\omega$	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
1	Мимас . .	16,918	16,800	0,0070	−1	0	2	0	0	0	0	0
2	Энцелад	11,639	11,600	0,0035	0	−1	0	2	0	0	0	0
3	Феба . . .	8,448	8,400	0,0057	0	0	−1	0	2	1	0	2
4	Диона . .	5,826	5,800	0,0045	0	0	0	−1	2	−1	0	−1
5	Рея . . .	3,530	3,500	0,0086	0	0	0	0	−1	2	2	0
6	Титан . .	1,000	1,000	0,000	0	0	0	0	0	−3	4	0
7	Гиперион	0,7494	0,7500	0,0008	0	0	0	0	0	−1	0	5
8	Япет . . .	0,2010	0,2000	0,0050	0	0	0	0	0	0	−1	4

Спутники Урана

	Спутник	$\omega_i^{н}$	$\omega_i^{т}$	$\Delta\omega/\omega$	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
1	Миранда . . .	6,529	6,545	−0,0025	−1	1	1	1	0
2	Ариэль	3,454	3,454	0,0000	0	−1	1	2	−1
3	Умбриэль . .	2,100	2,091	0,0043	0	0	−2	1	5
4	Титания . . .	1,000	1,000	0,0000	0	0	1	−4	3
5	Оберон	0,6466	0,6364	0,0160	0	0	1	−2	0

с другом находятся, как правило, ближайшие друг к другу планеты (или спутники планет).

Ввиду того, что частоты мы вынуждены приближенно задавать конечными десятичными дробями (то есть рациональными числами), то, вообще говоря, всегда можно найти достаточно большие по модулю целые числа n_i, обеспечивающие резонансные соотношения для частот. Однако таблицы Молчанова содержат не большие $|n_i|$, а *малые*, что тоже говорит в пользу гипотезы Молчанова. На графике рис. 4.8 приведено распределение количества N данных чисел $|n_i|$ в таблицах Молчанова в зависимости от величины $|n_i|$. Видим, что $|n_i|$ сосредоточены в области небольших своих значений. Вряд ли поэтому открытые резонансные соотношения могут быть случайны.

В связи с этим для ответа на вопрос об устойчивости реальной Солнечной системы может оказаться важным обследование устойчивости как раз резонансных движений, выброшенных из рассмотрения в теории Арнольда (что, к слову сказать, не умаляет выдающегося значения этой теории). С другой стороны, гипотеза Молчанова рождает больше вопросов, чем отвечает на них. Однозначна ли система «небольших» резонансных чисел, найденных Молчановым, или можно подобрать другую, не хуже? Ведь отличие от нуля резонансных соотношений между *наблюдаемыми* (а не подобранными) частотами может достигать заметной величины по сравнению с наименьшими частотами Солнечной системы. Сравним, например, рассогласование 0,0135 в резонансе (4.5.1) с частотами 0,07197 и 0,04750 обращения Нептуна и Плутона.

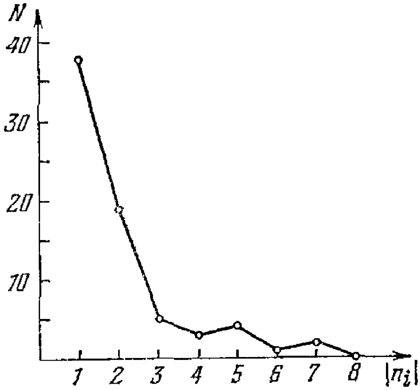

Рис. 4.8. Распределение резонансных чисел Солнечной системы.

Почему система «скатилась» в процессе эволюции именно к таким резонансам, а не к другим? Каков, наконец, действительный механизм «скатывания» системы в резонансный режим? Напомним, что гипотеза Молчанова пока *гипотеза*, поскольку не доказано строго математически, что колебательная система при каких-то условиях (каких?) обязательно выйдет на резонансный режим (да еще на режим *полного* резонанса *).

Хорошо известно из наблюдений, что астероиды «избегают» двигаться по некоторым резонансным (с Юпитером) орбитам; щели в кольцах Сатурна тоже имеют резонансную структуру. Молодой московский математик А. Д. Брюно показал [4.11], что в канонических системах вероятность неустойчивости периодического режима тем больше, чем меньше порядок резонанса **). На рис. 4.9, заимствованном из [4.12], показано распределение числа

*) Богатая и интересная информация о подобных явлениях в природе и технике и о теории этих явлений содержится в недавно вышедшей книге И. И. Блехмана «Синхронизация динамических систем» («Наука», 1971).

**) Пусть среднее суточное движение астероида равно n, а Юпитера — $n_{Ю}$. Тогда относительная средняя угловая скорость астероида равна $n - n_{Ю}$. Если отношение $n_{Ю}/(n - n_{Ю}) = p/q$, где $q > 0$ и p и q — целые взаимно простые числа, то число q, по А. Д. Брюно [4.11], и называется порядком резонанса.

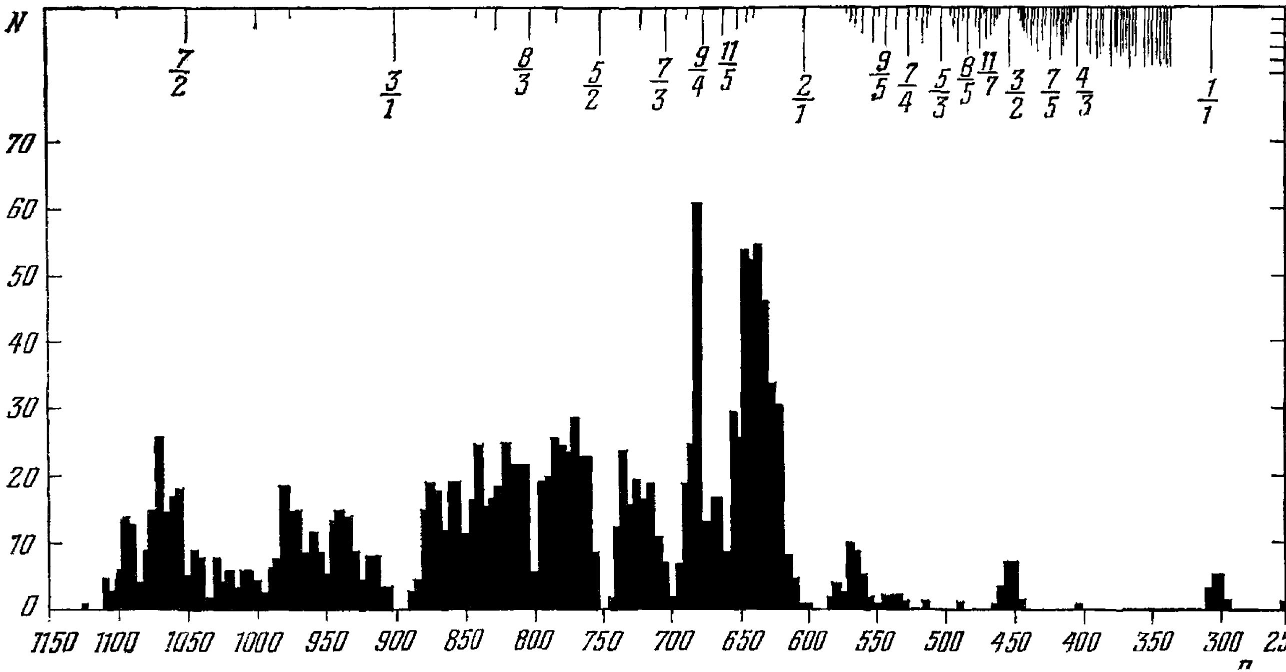

Рис. 4.9. Распределение астероидов.

астероидов по средним суточным движениям n; по горизонтали отложены значения n (в секундах дуги за сутки), по вертикали заштриховано число астероидов в $5''$-х интервалах средних суточных движений. Сверху указано отношение $n/n_{Ю}$, где $n_{Ю} = 300''$ — среднее суточное движение Юпитера. Порядок резонанса равен разности между числителем и знаменателем этих отношений. А. Д. Брюно заметил, что характер наблюдаемых щелей (люков) в распределении астероидов качественно соответствует его теории. Щель порядка 3 ($n/n_{Ю} = 5/2$) полная, возможное периодическое движение всегда неустойчиво — и таких движений нет. Щели более высоких порядков неполные, и с ростом порядка они становятся менее заметными, так как убывает вероятность неустойчивости: в зависимости от начальных условий движение может быть и устойчиво, и — с убывающей вероятностью,— неустойчиво.

Как сочетать гипотезу о резонансности Солнечной системы с нежеланием астероидов двигаться по резонансным орбитам? Дело, видимо, в том, что резонансные движения являются «особыми траекториями» системы и по аналогии с «особыми точками» дифференциальных уравнений могут быть устойчивыми или неустойчивыми. Поэтому система, эволюционируя, уходит от одних резонансов (неустойчивых) и скатывается в другие резонансы (устойчивые).

Особая роль резонансов в Солнечной системе проявляется и во вращательном движении планет вокруг своих осей. Всем известно, что Луна обращена одной стороной к Земле — прекрасный пример резонанса 1 : 1 между периодом обращения по орбите и периодом вращения вокруг оси. Мы еще позже, в другом очерке, вернемся к объяснению этого эффекта. Совсем недавно, после обработки данных радиолокации планет Меркурий и Венера, стали известны новые факты [4.13] о вращении этих планет. Оказывается, период вращения $T_{вр}$ Меркурия относится к периоду обращения $T_{обр}$, как 3/2! И совсем уж феноменальный характер носит резонанс во вращении Венеры. Каждый раз, когда Земля и Венера максимально сближаются друг с другом, Венера оказывается повернутой к Земле одной и той же стороной, то есть вращение Венеры находится в резонансе даже не с ее орбитальным движением, а с движением Венеры относительно вращающейся линии Солнце — Земля!

Период вращения Венеры, по последним обработкам радиолокационных данных, составляет $T^{\text{В}}_{\omega} = 243{,}24 \pm 01$ суток, что в пределах точности измерений совпадает со значением 243,16 суток, при котором Венера в каждом нижнем соединении должна быть обращена к Земле одной и той же стороной. Период соединений $\tau = 583{,}92$ суток. В результате за это время Земля в беге по своей орбите опишет дугу

$$\alpha_{\text{З}} \approx 2\pi + 2\pi \cdot 0{,}6 = \omega_{\text{З}}\tau,$$

где $\omega_{\text{З}}$ — среднее суточное движение Земли.

Аналогично, Венера в своем орбитальном движении опишет дугу

$$\alpha_{\text{В}} = 2\pi \cdot 2 + 2\pi \cdot 0{,}6 = \omega_{\text{В}}\tau;$$

вращаясь вокруг своей оси *обратным образом* (то есть в сторону, противоположную обращению по орбите), с угловой скоростью Ω, Венера повернется вокруг оси за время τ на угол

$$\beta = -2\pi \cdot 3 + 2\pi \cdot 0{,}6 = -\Omega\tau.$$

Таким образом, за время τ все три угла $\alpha_{\text{З}}$, $\alpha_{\text{В}}$, β примут одинаковые значения $\approx 2\pi \cdot 0{,}6$ (с точностью до кратных 2π). Вычитая последнее равенство из двух предыдущих, обнаружим, что

$$5 \cdot \frac{2\pi}{\tau} = \omega_{\text{В}} + \Omega,$$

$$4 \cdot \frac{2\pi}{\tau} = \omega_{\text{З}} + \Omega.$$

Это означает, что за время τ Венера относительно собственной орбитальной системы координат (относительно линии Солнце — Венера) сделает 5 полных оборотов, а относительно линии Солнце — Земля сделает 4 полных оборота. Два последних резонансных соотношения (ввиду того, что $\frac{2\pi}{\tau} = \omega_{\text{В}} - \omega_{\text{З}}$) приводят к одному и тому же:

$$\Omega = 4\omega_{\text{В}} - 5\omega_{\text{З}}.$$

Данные о резонансах во вращении планет собраны в таблице 4.3.

Все сказанное свидетельствует в пользу особой и неслучайной роли резонансов в движении миров.

ТАБЛИЦА 4.3

Резонансы во вращении планет и их спутников

1. *Луна*	
Период обращения вокруг Земли, *ср. сутки*	$T_0 = 27,32$
Период вращения вокруг своей оси, *ср. сутки*	$T_\omega = 27,32$
Направление вращения	прямое *)
Резонанс	$\frac{T_\omega}{T_0} - 1 = 0$
2. *Меркурий*	
Период обращения вокруг Солнца, *ср. сутки*	$T_0 = 87,97$
Период вращения вокруг оси, *ср. сутки*	$T_\omega = 59 \pm 3$
Направление вращения	прямое
Резонанс	$\frac{3T_\omega}{2T_0} - 1 \approx \pm 0,017$
3. *Венера*	
Период обращения Венеры вокруг Солнца, *ср. сутки*	$T_0^{\text{В}} = 224,7$
Период обращения Земли вокруг Солнца, *ср. сутки*	$T_0^{\text{З}} = 365,24$
Период между ближайшими положениями Земли и Венеры, *ср. сутки*	$\tau = 583,92$
Период вращения Венеры вокруг оси, *ср. сутки*	$T_\omega^{\text{В}} = 243,24 \pm 0,1$
Направление вращения Венеры	обратное
Резонанс	$\left(\frac{4}{T_0^{\text{В}}} - \frac{5}{T^{\text{З}}} - \frac{1}{T_\omega^{\text{В}}}\right) T_\omega^{\text{В}} \approx 0,001$

*) Прямое вращение — вращение в сторону орбитального движения, обратное — в противоположную сторону.

Говорят, что всякая хорошая идея в процессе завоевания общественного мнения проходит три стадии:

«Этого не может быть»;

«Это может быть, но не доказано»;

«Это давно известно».

Идея А. М. Молчанова сейчас находится, по-видимому, где-то на полпути от первой стадии ко второй. Вокруг этой гипотезы кипят споры и страсти. И хотя она не доказана, само ее существование стимулирует развитие исследований в этом направлении; естественнонаучное значение этой гипотезы неоспоримо.

4.1. Д у б о ш и н Г. Н., Небесная механика. Основные задачи и методы. Изд-во «Наука», М., 1968.
4.2. М о и с е е в Н. Д., Труды ГАИШ, вып. 15, 1945.
4.3. Л и д о в М. Л., О приближенном анализе эволюции орбит искусственных спутников. Сб. «Проблемы движения искусственных небесных тел», Изд-во АН СССР, М., 1963.
4.4. Л и д о в М. Л., Эволюция орбит искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений внешних сил. Сб. «Искусственные спутники Земли», вып. 8, 1961.
4.5. Д е м и н В. Г., Судьба Солнечной системы. Изд-во «Наука», М., 1969.
4.6. Ч е б о т а р е в Г. А., Аналитические и численные методы небесной механики. Изд-во «Наука», М., 1965.
4.7. К и с л и к М. Д., Сферы влияния больших планет и Луны. Космич. исследования, т. 2, № 6, 1964.
4.8. А р н о л ь д В. И., Доказательство теоремы А. Н. Колмогорова о сохранении условно-периодических движений при малом изменении функции Гамильтона. Успехи матем. наук, т. 18, № 5 (113), 1963.
4.9. А р н о л ь д В. И., Малые знаменатели и проблемы устойчивости движения в классической и небесной механике. Успехи матем. наук, т. 18, № 6 (114), 1963.
4.10. М о л ч а н о в А. М., The Resonant structure of the solar system. ICARUS — Intern. J. of the Solar System, v. 8, № 2, 1968.
4.11. Б р ю н о А. Д., Неустойчивость в системах Гамильтона и распределение астероидов. Математический сборник, т. 83 (125), вып. 2 (10), 1970.
4.12. B r o w e r D., The problem of the Kikwood Gaps in the asteroid belt. Astron. J., v. 68, № 3, 1963.
4.13. Р ж и г а О. Н., Результаты радиолокации планет. Космич. исследования, т. 7, № 1, 1969.
4.14. Ч е т а е в Н. Г., Устойчивость движения. Работы по аналитической механике. Изд-во АН СССР, М., 1962.
4.15. Ф е й н м а н Р. и др., Фейнмановские лекции по физике, т. 9. Изд-во «Мир», М., 1967.
4.16. Р у м я н ц е в В. В., Метод функций Ляпунова в теории устойчивости движений. Сб. «Механика в СССР за 50 лет», т. I, изд-во «Наука», М., 1968.
4.17. И ш л и н с к и й А. Ю., Механика. В кн. «Октябрь и научный прогресс», т. 1, Изд. АПН, М., 1967.